MAI 1 - domácí úkol ze cvičení 2:

1. Zopakujte si ještě princip důkazu matematickou indukcí a dokažte (užitím matematické indukce) následující tvrzení:

   Pro $n \in N, n \neq 3$ platí $2^n \geq n^2$.

2. Ukažte, že platí (A, B, C jsou množiny) :

   a) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

   b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

A dobrovolně můžete promyslet (a zkuste i „sepsat" řešení aspoň jednoho problémku):

3. Je dáno zobrazení $f: A \to B$ a $M, M_i \subseteq A$, $N, N_i \subseteq B$, $(i = 1,2)$; označme

   $$f(M) = \{b \in B; \exists a \in A: f(a) = b\} \quad \text{a} \quad f^{-1}(N) = \{a \in A; f(a) \in N\}.$$

   Rozhodněte, zda platí následující tvrzení a pokud některé neplatí, pokuste se charakterizovat zobrazení, pro která tvrzení platí:

   a) $f(M_1 \cup M_2) = f(M_1) \cup f(M_2)$; $f^{-1}(N_1 \cup N_2) = f^{-1}(N_1) \cup f^{-1}(N_2)$

   b) $f(M_1 \cap M_2) = f(M_1) \cap f(M_2)$; $f^{-1}(N_1 \cap N_2) = f^{-1}(N_1) \cap f^{-1}(N_2)$

   c) $\forall M \subseteq A: f^{-1}(f(M)) = M$;

   d) $\forall N \subseteq B: f(f^{-1}(N)) = N$.